



# Clasificación de modelos numéricos para simular lechos granulares en hornos solares rotatorios

Edgar Rimarachín<sup>1\*</sup>, Eduardo Rojas<sup>1</sup>

1 Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Antofagasta, Antofagasta, Chile.

\*edgard.rimarachin@uantof.cl

Los medios granulares aparecen con gran frecuencia en el medio ambiente, en aplicaciones industriales e incluso en nuestra vida cotidiana. En la industria minera, térmica y agroalimentaria, existe una gran preocupación por el manejo eficiente de medios granulares, tanto en su transporte y deposición, como en el caso de su procesamiento. Uno de los enfoques para estudiar medios granulares lo constituye el modelamiento numérico. En la actualidad existen dos tipos de modelos para calcular el movimiento de las partículas de un medio granular denso. El primer tipo de modelo es de tipo discreto, o discrete element method (DEM), donde se calculan por un lado las fuerzas de interacción partícula-partícula y, por otro, el desplazamiento de cada partícula de acuerdo a las leyes de Newton. El segundo tipo es el modelamiento continuo basado en la reología del medio granular, que implica conocer una ley constitutiva entre las variables cinemáticas y los esfuerzos, para introducirla en la ecuación de momentum lineal en forma diferencial. Con respecto a la simulación numérica de la transferencia de calor en el medio granular esta también puede calcularse de forma discreta o partícula a partícula a través de todos los contactos o de forma continua asimilando el medio granular a un fluido.

#### **Modelos continuos**

Modelos cero dimensionales: consideran que el calor sensible del lecho se modifica infinitesimalmente por la entrada y salida de calor [1] durante un intervalo de tiempo dt:

$$mc_p dT = \left(\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}\right)_{S} dt, \tag{1}$$

donde m y  $c_p$  corresponden a la masa y el calor específico del lecho completo, y por otra parte,  $\dot{Q}_{in}$  y  $\dot{Q}_{out}$  corresponden a los flujos netos de calor de entrada y salida al lecho durante un intervalo de tiempo dt.

Modelos unidimensionales: que predicen la altura h = h(x) del sistema con una ecuación del tipo [2]:

$$\frac{dh}{dx} = f(h(x), R, L, \theta, \beta, \rho), \tag{2}$$

donde R, L y  $\theta$  son el radio, largo y ángulo de inclinación del cilindro rotatorio, mientras que beta y  $\rho$  corresponden al ángulo de pila y densidad del medio granular. Para el cálculo de la temperatura del lecho T = T(x) se plantea un balance de energía entre el flujo de calor sensible que entra y sale de un elemento de volumen de espesor dx y los flujos de energía que llegan y salen de las superficies de estos elementos:

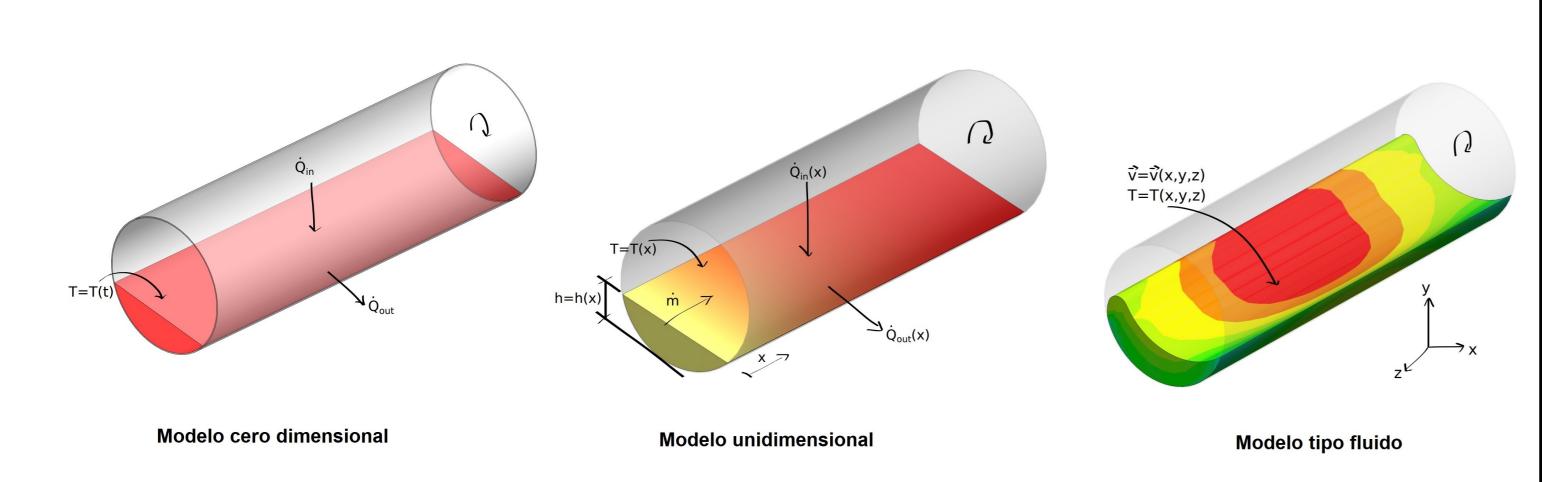
$$\dot{m}c_p dT = (\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out})P(x)dx, \tag{3}$$

donde  $\dot{m}$  es el flujo másico de partículas que entra y sale del sistema, mientras que  $\dot{Q}_{in}(x)$  y  $\dot{Q}_{out}(x)$  son los flujos de calor que entran y salen por el área Pdx, donde P=P(x) es el perímetro.

Modelos tipo fluido: donde se resuelven las ecuaciones de conservación de momentum para el lecho y opcionalmente para el aire dependiendo el método [3]. La ecuación de momentum para el lecho es del tipo:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \nabla p + \mathbf{b}, \tag{4}$$

donde  $\mathbf{v}$  y p son los campos de velocidad y presión del lecho, mientras que  $\boldsymbol{\tau}$  y  $\mathbf{b}$  son el tensor esfuerzo de corte y la fuerza de cuerpo que corresponde al peso.



# Modelos de elementos discretos

Con los modelos de elementos discretos se calcula el movimiento de las partículas a partir de las fuerzas de interacción obtenidas por medio de un modelo de contacto que considera fuerzas elásticas y disipativas más roce de Coulomb. En cuanto a la transferencia de calor entre las partículas, esta se puede obtener por medio de 2 modelos:

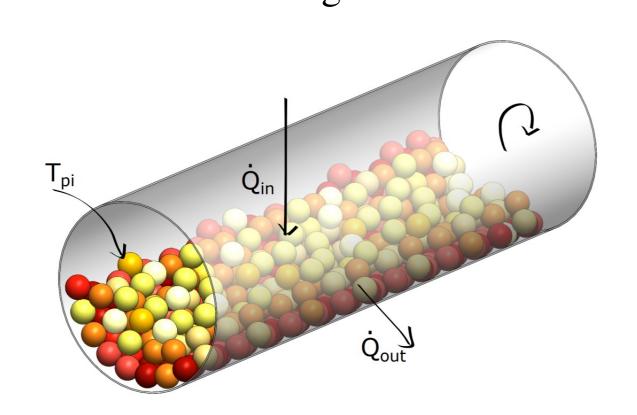
Modelo conducción sólido-sólido:

$$\dot{Q}_{ij} = H_c(T_i - T_j), \tag{5}$$

donde el coeficiente de transferencia de calor por contacto se expresa como:

$$H_c = 2K_p \sqrt{A_c},\tag{6}$$

donde  $K_p$  es la conductividad térmica del material de las partículas y  $A_c$  es el área de contacto. Este modelo asume una temperatura homogénea de la partícula, es decir  $T_{pi}$  es solo función del tiempo y no del radio interno del grano.



Modelo conducción sólido-sólido más sólido-gas: Para calcular el flujo de calor considerando la zona de aire alrededor del área de contacto se puede usar [4]:

$$\dot{Q}_{ij} = \left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_g}\right) \left(T_{surf,j} - T_{surf,i}\right) \tag{7}$$

donde  $\dot{Q}_{ij}$  es la relación de transferencia de calor por conducción entre partículas,  $R_c$  es la resistencia al estrechamiento térmico  $R_g$  es la resistencia de la zona de gas estancado. Además:

$$R_c = \frac{1}{2k_{hm}r_c} \tag{8}$$

$$r_c = \left(\frac{3(1 - \theta_{hm}^2)F_n r_{hm}}{2E_{v,hm}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{9}$$

donde  $F_n$  es el vector de fuerza normal que actúa sobre las dos partículas en contacto,  $E_{y,hm}$  es el módulo de Young's,  $r_{hm}$  es el radio de la partícula,  $\theta_{hm}$  es la relación de Poison y  $k_{hm}$  es la conductividad térmica de las dos partículas en contacto.

$$R_g = \frac{l_g}{k_a A_a},\tag{10}$$

con:  $A_g = 2\pi r^2 - \pi r_c^2$  y  $l_g = r_{hm}^2 (1 - \frac{\pi}{4})/(r_{hm} - r_c)$ .

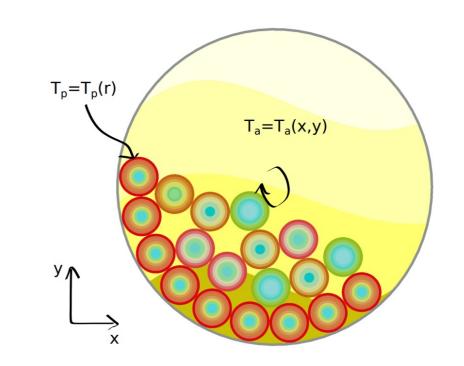
Además se puede considerar la conducción térmica entre las partículas del lecho y una pared. El flujo de calor conductivo entre la pared cubierta y las partículas que la tocan se puede calcular de la siguiente manera:

$$\dot{Q}_{WS} = \alpha_{WS}.(T_W - T_S).A = \sum_{i} \dot{Q}_{i,wall}$$
(11)

donde  $T_W$  es la temperatura de la pared,  $T_S$  es el valor medio de las temperaturas de las partículas promediadas sobre el volumen de las partículas, A es el área de la superficie de la pared cubierta con partículas y  $\alpha_{WS}$  es el coeficiente de transferencia de calor efectivo (pared-volumen).

## Modelos Multifísica

Para el caso de los hornos rotatorios se pueden calcular los desplazamientos de cada partículas por elementos discretos y el aire por la ecuación diferencial de momentum lineal para fluidos viscosos [5]. Además, se puede calcular la distribución interna de temperatura de cada partícula para partículas grandes.



### **Conclusiones**

- 1. En el presente trabajo se hizo una clasificación de los distintos tipos de modelos numéricos utilizados para simular el movimiento y la transferencia de calor de medios granulares en hornos rotatorios que pueden usar energía solar térmica.
- 2. Una ventaja de trabajar con modelos de elementos discretos es que existe un buen balance entre costo computacional y precisión, a diferencia de los modelos multifísicos que tienen muy buena precisión pero un alto costo computacional, o los modelos continuos que tienen un costo computacional moderado pero son menos realistas.

#### References

- [1] A. Gallo, et al., A lab-scale rotary kiln for thermal treatment of particulate materials under high concentrated solar radiation: Experimental assessment and transient numerical modeling, Solar Energy 188 (2019) 10134.
- [2] H. Gonzalez, et al., Numerical Study of a Rotary Kiln. Case of an Industrial Plant in Paraguay, In Proceedings of the Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Belem, Brazil (2016) pp.10–13.
- [3] H. Liu, et al., Numerical simulation of particle motion and heat transfer in a rotary kiln, Powder Technology 287 (2016) 239

cal cavity, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 369 (2011) 2574

[4] H. Komossa, et al., Heat transfer in indirect heated rotary drums filled with monodisperse spheres: Comparison of experiments with DEM simulations, Powder Technology 286 (2015) 722

[5] R. Schmidt and P. A. Nikrityuk, Direct numerical simulation of particulate flows with heat transfer in a rotating cylindri-